

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Να βρεθεί η $E(X)$ και $Var(X)$, εάν γεράμε ότι X είναι το αποτέλεσμα της ρίψης ενός δίκαιου τριγώνου

ΜΕΛΗ

Για της $E(X)$

$$P(X=1) = P(X=2) = P(X=3) = P(X=4) = P(X=5) = P(X=6) = \frac{1}{6}$$

Αλλά, $\sum_{i=1}^m x_i P_X(x_i) = E(X)$, $i=1,2,3,4,5,6$.

$$E(X) = \sum_{i=1}^6 x_i P_X(x_i) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{2}$$

Για της $Var(X)$

$$E(X^2) = 1^2 \cdot \frac{1}{6} + 2^2 \cdot \frac{1}{6} + 3^2 \cdot \frac{1}{6} + 4^2 \cdot \frac{1}{6} + 5^2 \cdot \frac{1}{6} + 6^2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{91}{6}$$

$$\text{Αλλά, } Var(X) = \frac{91}{6} - \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{35}{12}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Μια σχολική τάξη με 120 μαθητές θα μετακινηθεί με 3 λεωφορεία για την παρακολούθηση μιας σωματικής. Υπάρχουν 36 μαθητές στο 1^ο λεωφορείο, 40 στο 2^ο λεωφορείο και 44 στο 3^ο. Μόλις τα λεωφορεία φθάσουν στον προορισμό τους, ένας από τους 120 μαθητές επιλέγεται τυχαία. Έστω ότι X = πλήθος των μαθητών που βρίσκονται στο λεωφορείο του τυχαία επιλεγμένου μαθητή. Να υπολογιστεί η μέση τιμή (ή αναμενόμενη τιμή) του X . ($E(X) = ?$)

ΜΕΛΗ

Πιθανότητα να είναι από το 1^ο: $P(X=36) = \frac{36}{120}$

" " " " " " " " " " 2^ο: $P(X=40) = \frac{40}{120}$

" " " " " " " " " " 3^ο: $P(X=44) = \frac{44}{120}$

$$\begin{aligned} \text{Άρα, } E(X) &= \sum_{i=1}^3 x_i P_X(x_i) = x_1 \cdot P_X(x_1) + x_2 \cdot P_X(x_2) + x_3 \cdot P_X(x_3) = \\ &= 36 \cdot \frac{36}{120} + 40 \cdot \frac{40}{120} + 44 \cdot \frac{44}{120} = 40,2667 \end{aligned}$$